

LA RESOLUTION DE PROBLEMES AU CYCLE 3

27 février 2013 – IUFM de Saint-Denis

Objectifs



- Identifier les enjeux de l'activité de résolution de problèmes.
- Distinguer les types des problèmes afin de doter les élèves de références de raisonnement.
- Produire un outil récapitulatif des aides et remédiations à anticiper pour pallier les erreurs les plus fréquentes.

Programmes 2008



« la pratique des mathématiques développe le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision. »

Faire des mathématiques



- **résoudre des problèmes** en développant un raisonnement :
 - émettre des **hypothèses**,
 - **anticiper le résultat** d'une action,
 - faire des **essais**,
 - les **valider** ou les invalider,
 - trouver les **mots** pour dire...
- **apprendre**
- **s'entraîner**

Orientations pédagogiques

« La résolution de problèmes doit faire l'objet d'un apprentissage progressif, en lien avec celui des nombres, des opérations et des grandeurs. L'usage, dès le cycle 2, d'un cahier de mathématiques sur lequel, **chaque jour, les élèves résolvent un ou deux problèmes** et s'entraînent à l'écriture des nombres, au calcul et à la géométrie permet de garder trace de cet apprentissage et doit se généraliser. »

Orientations pédagogiques faisant suite à
l'évaluation CM2 de 2011.

Jean-Michel Blanquer

Les écrits et les supports

□ 3 types d'écrits

1. Les écrits de **recherche**
2. Les écrits destinés à être **communiqués**
3. Les écrits de **référence**

□ Des supports selon le type d'écrit

1. Le cahier de brouillon
2. L'ardoise
3. Le cahier de mathématiques
4. le cahier mémoire
5. L'affichage permanent ou provisoire

Qu'est-ce qu'un problème ?



« Un problème est généralement défini comme une **situation initiale** avec un **but à atteindre**, demandant au sujet **d'élaborer** une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but.

Il n'y a problème que dans un **rapport sujet/situation** où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais elle est possible à construire »

BRUN Jean, Math-Ecole n° 141.

Qu'est-ce qu'un problème ?

1. Une situation initiale avec un but à atteindre

→ La **dévolution** du problème

Identification de la situation et du but à atteindre par :

- ▣ L'utilisation d'exemples et de contre exemples
- ▣ La formulation et reformulation de la consigne

Acceptation de la tâche par l'élève

- ▣ Le caractère fonctionnel de la tâche
- ▣ la dimension ludique de la situation et du matériel
- ▣ la mise en scène, la théâtralisation du problème...

Qu'est-ce qu'un problème ?

2. Une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but.

→ Favoriser **l'engagement** de l'élève par :

- ▣ l'intérêt porté à l'activité de l'enfant (y compris les groupes en autonomie), les encouragements
- ▣ une **aide** appropriée,
- ▣ ...

Qu'est-ce qu'un problème ?

3. Un rapport sujet/situation : la solution n'est pas disponible d'emblée, mais est possible à construire

→ construction de réponses possibles par tous par une **différenciation** des activités

Identifier et adapter les **variables didactiques** au profil de l'élève.

Quels problèmes à l'école ?



1. Les problèmes dont le modèle de résolution est disponible pour les élèves

- ▣ Problèmes **d'application** (sens des opérations)
- ▣ Problèmes **plus complexes** (à étapes) pour :
 - Réinvestir des connaissances
 - Organiser des calculs
 - Apprendre à rédiger une solution

Quels problèmes à l'école ?



2. Les problèmes inédits dont la résolution demande des prises d'initiatives

- ▣ Des situations pour **découvrir de nouvelles notions**
- ▣ Des **situations non standards** pour permettre aux élèves de :
 - Prendre des initiatives
 - Formuler des hypothèses
 - Apprendre à les prouver

Quels problèmes à l'école ?

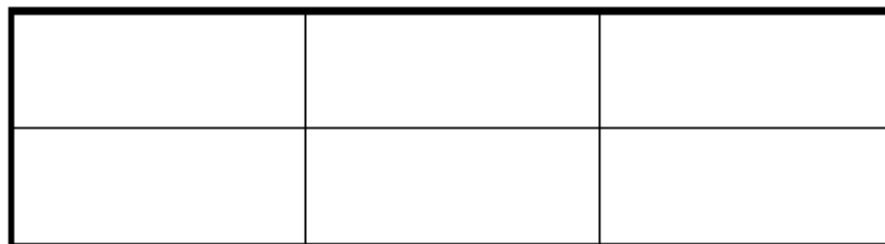
Les **problèmes non standards** :

- Problème **inédit** (que l'élève n'a pas appris à résoudre).
- **énoncé court**, sans difficulté de compréhension de la situation évoquée, qui peut être décontextualisé.
- Les élèves peuvent élaborer une **procédure de résolution** avec les connaissances dont ils disposent.
- La solution n'est pas immédiate (le problème doit résister) mais elle est possible.

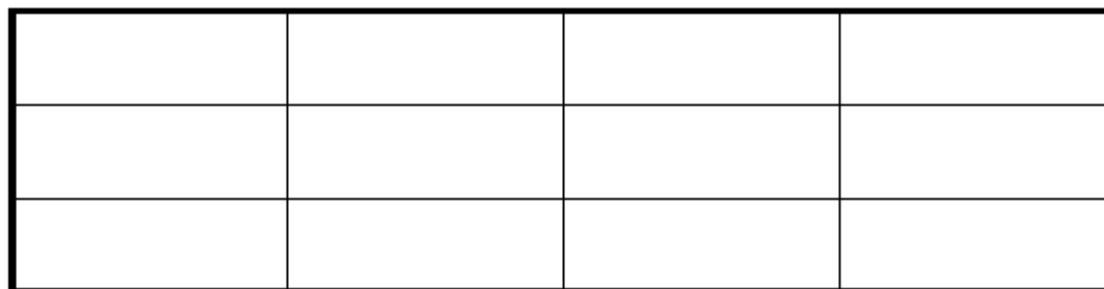
Problèmes pour chercher

Un exemple :

Combien de rectangles dans cette figure?



Et dans celle-ci?



Autres problèmes non standards



Les échecs à l'école

Circ. n° 2012-011 du 12-01-2012

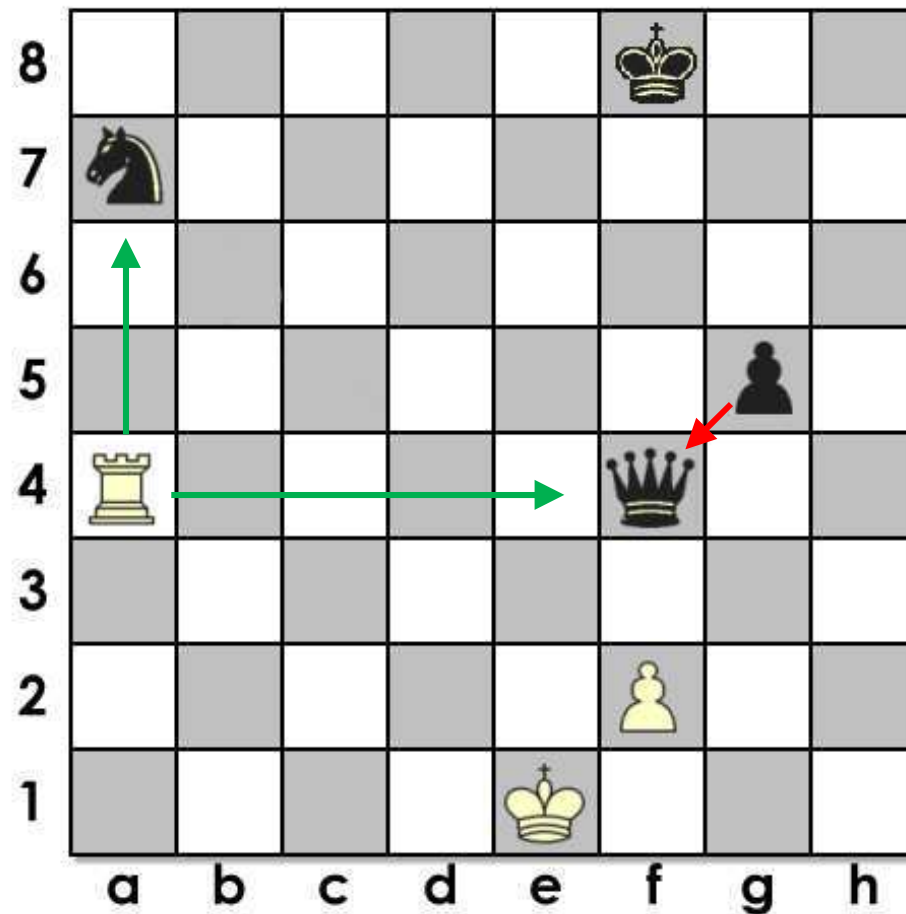
« Introduction du jeu d'échec à l'école »

Objectifs :

- Apprendre à raisonner à partir de données non numériques
- Argumenter, justifier, Anticiper
- Faire des hypothèses

Autres problèmes non standards

C'est au blanc de jouer. Indiquez la meilleure prise.
Justifiez vos choix



Typologie des erreurs d'après J-P Astolfi

- **Les erreurs témoignant des conceptions alternatives**
Les élèves n'attendent pas une leçon pour se donner des explications par rapport à un problème donné. Ils utilisent leurs représentations notionnelles qui parfois sont incorrectes ou inappropriées.
- **Les erreurs liées aux opérations intellectuelles**
L'enfant ne dispose pas encore des compétences nécessaires pour répondre aux demandes de l'enseignant. (ex : capacité d'abstraction pour s'affranchir de la manipulation lors de l'apprentissage de l'addition ou la soustraction)

Typologie des erreurs d'après J-P Astolfi

□ ***La compréhension des consignes***

L'enfant ne comprend pas la consigne et ne peut remplir le contrat didactique. Le problème peut venir des termes employés, de la familiarité du vocabulaire...

□ ***Habitudes scolaires et mauvais décodages***

L'élève fonctionne sur un principe de mécanique (didactique coutumière) et il est alors difficile pour lui de répondre à une consigne qui sort de ses habitudes.

Typologie des erreurs d'après J-P Astolfi

□ **Les erreurs portant sur les démarches**

L'élève utilise des démarches parfois très éloignées de la procédure experte. La lourdeur de ces démarches multiplie les occasions d'erreurs.

Ex : problème de division résolu par des soustractions successives.

□ **Surcharge cognitive**

C'est un problème de mémoire qui survient le plus souvent quand l'enfant doit traiter plusieurs informations en même temps. La centration se fait uniquement sur un des aspects. (surcharge de la mémoire de travail, limitée dans le temps, différente de la mémoire à long terme, dotée d'une grande capacité)

Typologie des erreurs d'après J-P Astolfi

- ***D'une discipline à l'autre***

L'élève a du mal à voir le rapprochement entre deux outils communs vus dans deux disciplines différentes. Il s'attache plus aux similitudes dans « l'habillage » du problème qu'à celles dans les opérations logiques requises pour la résolution

- ***Les erreurs causées par la complexité du contenu.***

L'erreur est due à la complexité interne qui a des répercussions sur l'apprenant (charge mentale, nature des opérations intellectuelles...).

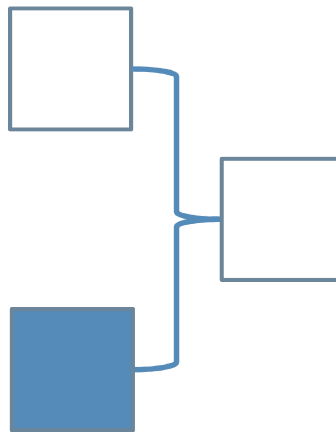
Des activités d'aide à la résolution de problèmes



Doter les élèves de références de raisonnement :
Référer le problème à une classe de problèmes connus (problèmes additifs et soustractifs, multiplicatifs et de division) : **typologie** des problèmes.

TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS D'APRES G. VERGNAUD

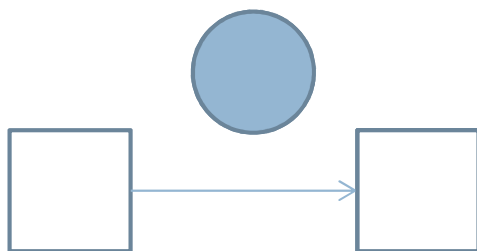
1 ère catégorie : COMPOSITION DE 2 ETATS



- *Ex: Dans une classe il y a 13 filles et 12 garçons.
Combien d'élèves au total ?*
- *Ex: Dans une classe de 25 élèves, il y a 13 filles.
Combien de garçons ?*

TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

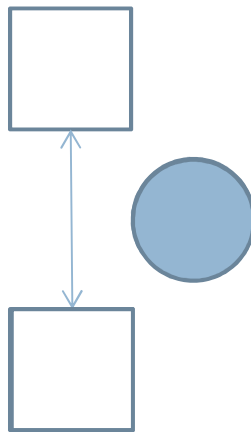
2ème catégorie : TRANSFORMATION D'ETAT



- *Ex: Philippe avait 350 euros. Il a reçu 61 euros pour son anniversaire. Combien a-t-il d'argent maintenant ?*
- *Ex: Philippe a reçu 38 euros. Il possède maintenant 219 euros. Combien d'argent avait-il auparavant?*
- *Ex: Philippe possède aujourd'hui 425 euros. Il n'avait que 299 euros hier. Combien lui a-t-on donné?*

TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

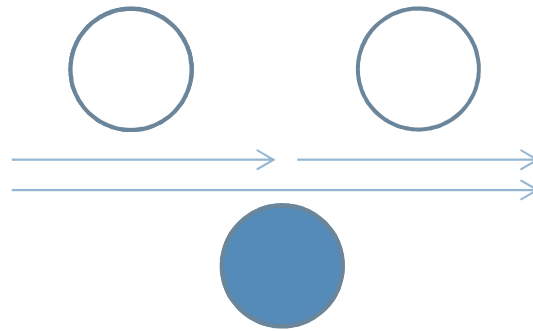
3ème catégorie : **COMPARAISON D'ETATS**



- *Ex: Cathy a 15 ans de moins que son frère. Elle fête ses 34 ans cette année. Quel âge a son frère?*
- *Ex : Cathy a 34 ans cette année, son frère en a 49. Quelle est la différence d'âge entre Cathy et son frère?*

TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS D'APRES G. VERGNAUD

4ème catégorie : **COMPOSITION DE TRANSFORMATIONS**



- Ex : A la récréation, j'ai d'abord gagné 13 billes, puis 7. Combien en ai-je maintenant ?
- Ex : A la récréation du matin, j'ai gagné 13 billes. Après la deuxième récréation, j'avais gagné 9 billes au total sur la journée. Que s'est-il passé durant la deuxième récréation ?

TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

EXEMPLES

1. Lundi dernier, j'ai perdu 32 euros. Aujourd'hui, j'ai gagné 842 euros. Quel est mon bilan de la semaine?
2. Dans le potager de grand-père poussent 8 rangées de 16 poireaux. Il arrache 3 rangs pour les vendre au marché. Combien de poireaux reste-t-il au jardin?
3. Au jeu des sept familles, Noémie a gagné 25 cartes; Philippe en a 9 de moins qu'elle. Combien en a-t-il?
4. Frédéric doit courir 2000 mètres; Il lui en reste 549 à parcourir. Combien de mètres a-t-il déjà parcourus?

TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

Problème où on recherche le tout
①

Il y a 19 jetons rouges et 15 jetons jaunes dans la boîte.
Combien y a-t-il de jetons en tout dans la boîte ?

Schéma

19 + 15 = ?

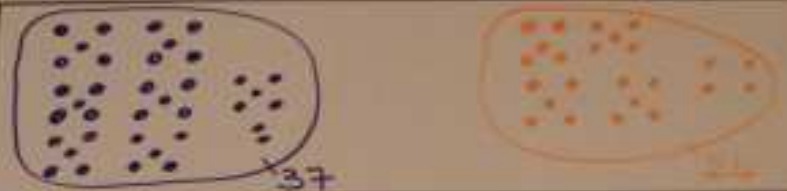
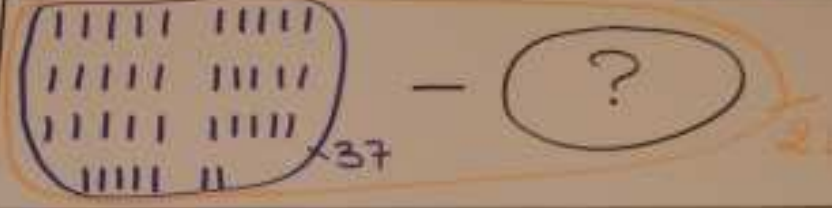
Calcul

$$19 + 15 = 34$$

Phrase

En tout, il y a 34 jetons.

TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

<p>Problème de comparaison: on cherche l'écart, la différence.</p> <p>Combien y a-t-il de jetons <u>en moins</u> dans la boîte jaune?</p> <p>J'ai 37 jetons dans la boîte blanche. J'en ai 24 dans la boîte jaune.</p>	
Dessin	
Schéma	
Calcul	$37 - 24 = 13$
Phrase-réponse	Il y a 13 jetons en moins dans la boîte jaune.

TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS

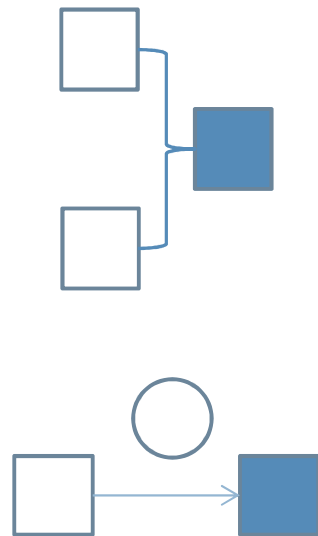


Quelques repères dans les critères de réussite :

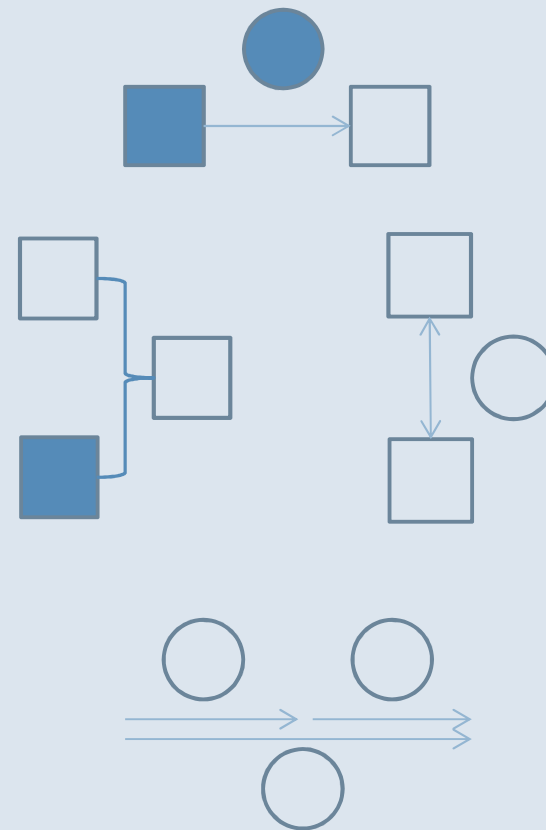
- L'élève sait évoquer la situation concrète
- L'élève sait reconnaître s'il y a transformation ou non
- L'élève sait identifier et évoquer ce qu'on cherche
- L'élève sait identifier et évoquer la transformation
- L'élève sait replacer le problème dans la bonne catégorie
- L'élève utilise une procédure efficace

FACTEUR DE DIFFICULTÉ D'UN PROBLÈME ADDITIF OU SOUSTRACTIF

PROBLEMES « SIMPLES »

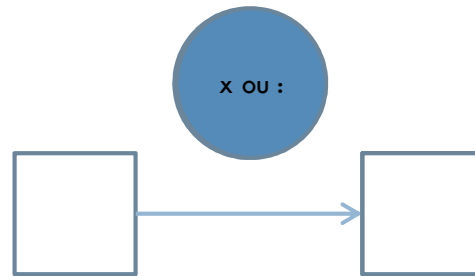


PROBLEMES PLUS « COMPLEXES »



TYPOLOGIE DES PROBLEMES MULTIPLICATIFS ET DE DIVISION D'APRES G. VERGNAUD

□ Problèmes ternaires



1. Léo a 25 billes, Zoé en a 5 fois plus. Combien Zoé a-t-elle de billes ?
2. Léo a 25 billes, Zoé en a 50. Zoé a combien de fois plus de billes que Léo ?

TYPOLOGIE DES PROBLEMES MULTIPLICATIFS ET DE DIVISION

□ Problèmes quaternaires : proportionnalité simple

1	b
c	d

Recherche de d (on connaît pour 1, on cherche pour plusieurs)

Il y a 4 yaourts dans un paquet. J'ai 3 paquets. Combien ai-je de yaourts ?

Recherche de b (valeur d'une part) :

J'ai payé 36 euros pour 3 livres.

Quel est le prix d'un livre ?

Recherche de c (nombre de parts) :

Pierre a 12 euros et veut acheter des paquets de gâteaux à 3 euros le paquet. Combien peut-il acheter de paquets ?

a	b
c	?

3 pommes pèsent 270 g. Il m'en faut 8 pour faire un gâteau.

Quel est le poids des pommes pour faire le gâteau ?

TYPOLOGIE DES PROBLEMES MULTIPLICATIFS ET DE DIVISION

EXEMPLES

1. J'ai 5 sacs de 32 billes. Combien ai-je de billes ?
2. Pour le travail de groupes, il faut 4 feuilles pour 3 élèves. Combien de feuilles faut-il pour les 24 élèves ?
3. 3 enfants se partagent 48 bonbons. Combien chacun en aura-t-il ?
4. Il y a 60 voitures dans le parking. Ce matin, il y en avait 2 fois moins. Combien y en avait-il ?
5. Un agriculteur range ses 54 œufs dans des boîtes de 6. Combien de boîtes va-t-il remplir ?

Des activités d'aide à la résolution de problèmes

Conduire l'élève à se recentrer sur la question

En résolution de problèmes, un certain nombre d'enfants anticipent la question et y répondent sans vérifier si c'est bien celle-là qui a été posée.

Activités possibles :

- Proposer des problèmes sans questions
- Commencer par la question
- Faire émerger des questions par toute la classe et comparer (en moyenne on obtient 5 à 6 questions différentes par problème)
- Associer des énoncés à des questions



Des activités d'aide à la résolution de problèmes

Proposer des versions différentes d'un même problème

On propose le même problème mais « déguisé » différemment.



Des activités d'aide à la résolution de problèmes

Demander des tâches surajoutées qui portent sur le traitement des informations (démarche méthodologique) :

- surligner, souligner les informations utiles,
- lire à haute voix,
- dessiner, faire un croquis,
- reconstituer un puzzle d'énoncé,
- trier ce que l'on sait et ce que l'on cherche

Des activités d'aide à la résolution de problèmes



Reconstituer un énoncé

Activités possibles :

- Rédiger des énoncés à partir de squelettes de problèmes, d'une question finale imposée
- Retrouver la question ou les questions intermédiaires
- Retrouver un énoncé d'après la résolution du problème

Des activités d'aide à la résolution de problèmes



Poser des problèmes absurdes ou impossibles

A présenter non sous forme de « piège » mais au contraire comme une aide à la compréhension de situations : l'élève est informé de l'activité.

Comprendre le pourquoi de l'absurdité.



Des activités d'aide à la résolution de problèmes



Travailler un problème sans nombre puis avec nombre

Pour décentrer les élèves des nombres.

Cette habitude est d'autant plus ancrée chez l'élève en difficulté (elle traduit chez lui une grande insécurité et un désir de conformité)

Activité : première lecture lente de la situation sans les nombres (évocation mentale, croquis) puis deuxième lecture avec les nombres en faisant des arrêts.



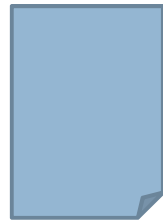
Des activités d'aide à la résolution de problèmes



Ecrire un énoncé

Réécrire un énoncé d'une autre façon (plus personnelle)

Retrouver un énoncé à partir d'une solution



Mise en œuvre dans la classe

- ✓ **Phase d'appropriation du problème**
 - ▣ *sans rien dévoiler de la démarche (dévolution)*

- ✓ **Phase de recherche**
 - ▣ temps **individuel**
 - ▣ recherche en **groupes**
 - ▣ production d'un écrit pour la mise en commun
 - ▣ *sans intervention sur les solutions*

- ✓ **Phase de mise en commun**
 - ▣ présentation des solutions par chaque groupe
 - ▣ *Echanges entre les élèves : questionnement, argumentation*
 - ▣ *Valorisation d'une ou plusieurs productions (résultats et méthodes).*

- ✓ **Phase de synthèse**
 - ▣ Trace écrite pour un réinvestissement ultérieur.