

# LA RESOLUTION DE PROBLEMES AU CYCLE 2

20 février 2013 – IUFM de Saint-Denis

# Objectifs



- Identifier les enjeux de l'activité de résolution de problèmes en termes de connaissances, capacités et attitudes (enseigner par compétences).
- Identifier les types des problèmes additifs et soustractifs afin de doter les élèves de références de raisonnement.
- Produire un outil récapitulatif des aides et remédiations à anticiper pour pallier les erreurs les plus fréquentes.



## Faire des mathématiques c'est...

- résoudre des problèmes en développant un

### **raisonnement** :

- émettre des **hypothèses**,
- **anticiper le résultat** d'une action,
- faire des **essais**,
- les **valider** ou les invalider,
- trouver les **mots** pour dire...

- **apprendre et retenir**

- **s'entraîner**



## □ **S'entraîner**

*« L'usage, dès le cycle 2, d'un cahier de mathématiques sur lequel, **chaque jour, les élèves résolvent un ou deux problèmes** [...] permet de garder trace de cet apprentissage et doit se généraliser. »*

Orientations pédagogiques faisant suite à l'évaluation CM2 de 2011. Jean-Michel Blanquer

# Qu'est-ce que résoudre un problème ?

C'est traiter les informations données en faisant des **inférences**, c'est-à-dire en trouvant des informations qui ne sont pas écrites dans le texte. Pour cela, l'élève va :

- prendre des **indices** (nombres, mots, expressions)
- faire des **analogies** : réutilisation adaptée d'une solution déjà utilisée face à un problème présentant des spécificités communes.

→ Catégorisation

- faire des **déductions**, des **hypothèses**

# Qu'est-ce qu'un problème ?



« Un problème est généralement défini comme une **situation initiale** avec un **but à atteindre**, demandant au sujet **d'élaborer** une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but.

Il n'y a problème que dans un **rapport sujet/situation** où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais elle est possible à construire »

*BRUN Jean, Math-Ecole n° 141.*

# Qu'est-ce qu'un problème ?



## □ Une situation initiale avec un but à atteindre

Le problème posé par l'enseignant doit devenir celui de l'élève qui doit :

- Identifier la situation et ses contraintes
- Identifier le but à atteindre
- Accepter la tâche

→ La **dévolution** du problème

# Qu'est-ce qu'un problème ?

## Identification de la situation et de la tâche par :

- Un matériel qui impose le problème



- L'utilisation d'exemples et de contre exemples



- La formulation et reformulation de la consigne



# Qu'est-ce qu'un problème ?



## **Acceptation de la tâche par l'élève**

- Le caractère fonctionnel de la tâche
- la dimension ludique de la situation et du matériel
- le recours à un mime ou un médiateur (marionnettes, livres,...)
- la mise en scène, la théâtralisation du problème
- le défi
- ...

# Qu'est-ce qu'un problème ?

- **Une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but.**

→ Favoriser **l'engagement** de l'élève par :

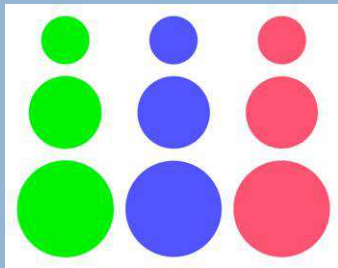
- l'intérêt porté à l'activité de l'enfant (y compris les ateliers en autonomie)
- les encouragements
- une aide appropriée,
- la mise en valeur du défi à relever...

# Qu'est-ce qu'un problème ?

- **Un rapport sujet/situation : la solution n'est pas disponible d'emblée, mais est possible à construire**

→ construction de réponses possibles par tous par une **différenciation** des activités

Identifier et adapter les **variables didactiques** au profil de l'élève.

Situation	But	Variables didactiques
	Rechercher tous les empilements (grand, moyen, petit) de 3 disques de 3 couleurs différentes.	<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Nombre de disques</li><li>➤ Nombre de couleurs</li></ul>

# Quels types de situations ?



## les situations fonctionnelles

- **besoin réel** qui émerge de la vie quotidienne et de certains projets.
- Ce sont de « **vrais** » problèmes, le but est précisé, facile à comprendre.
- **L'acceptation et l'engagement** de l'élève seront favorisés si les enfants perçoivent la réalité du problème.

# Quels types de situations ?



## Les situations rituelles

- régulières voire quotidiennes : dénombrement des présents et des absents, calcul mental...
- Ce sont des « situations repères » mais elles ne sont pas suffisantes.

# Quels types de situations ?



## **les situations construites**

- situations qui s'appuient sur un jeu, un matériel, un énoncé...
- L'enseignant a la maîtrise de ces situations. Il en fixe la nature, le moment, la forme et les variables.
- Cependant les problèmes ne sont pas toujours signifiants pour les enfants.

# Mise en œuvre

- ✓ **Phase d'appropriation du problème** *sans rien dévoiler de la démarche*
- ✓ **Phase de recherche** (temps individuel, puis recherche en groupes, production d'un écrit (affiche par exemple) *sans intervention sur les solutions*)
- ✓ **Phase de mise en commun** (présentation des solutions par chaque groupe, questionnement, argumentation) *Echanges entre les élèves. Affichage des arguments.*
- ✓ **Phase de synthèse** (bilan des méthodes, des arguments, des erreurs)
- ✓ **Phase de reprise** (problème identique avec *différenciation éventuelle*)

# TYPOLOGIE SIMPLIFIÉE DES PROBLÈMES POUR L'ÉCOLE PRIMAIRE

TYPE	FONCTION	QUAND ?
<b>Problème de recherche « problème ouvert »</b>	Apprendre à chercher (objectif méthodologique)	Indépendant des apprentissages notionnels
<b>Situation-problème</b>	Construction d'une connaissance nouvelle (ou d'un nouvel aspect d'une connaissance déjà abordée)	Pour un premier travail sur une connaissance nouvelle
<b>Problème d'application (utilisation directe d'une connaissance)</b>	Entraînement à la maîtrise du sens d'une connaissance nouvelle	Après une phase de construction d'une nouvelle connaissance
<b>Problème de réinvestissement</b>	Utilisation d'une connaissance dans un contexte différent de celui où elle a été abordée	Pour enrichir le sens d'une connaissance ( son champ d'utilisation) pour l'utiliser conjointement à d'autres connaissances



# Quels types de problèmes ?



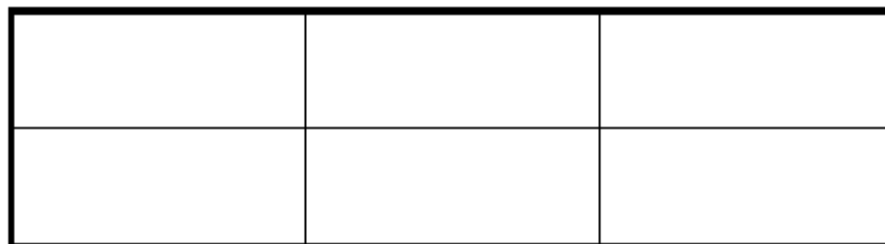
Les **problèmes pour chercher** :

- Problème inédit ( que l'élève n'a pas appris à résoudre)
- énoncé court, sans difficulté de compréhension de la situation évoquée.
- L'énoncé n'induit ni la méthode ni la solution.
- La solution n'est pas immédiate (le problème doit résister)... mais elle est possible

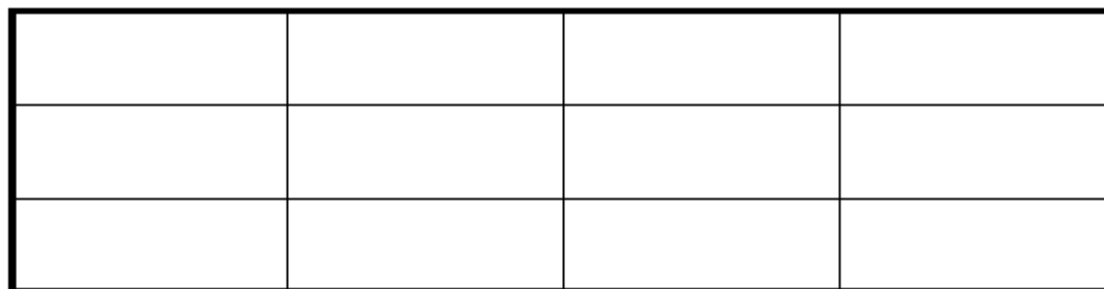
# Problèmes pour chercher

Un exemple :

Combien de rectangles dans cette figure?



Et dans celle-ci?



# Problèmes pour chercher

## **Pourquoi des problèmes pour chercher au cycle 2 ?**

- Développer la capacité de l'élève à faire face à des situations inédites.
- Aider l'élève à prendre conscience de ses connaissances
- Valoriser les comportements et les méthodes : prendre des initiatives, être critique, s'organiser, être méthodique, communiquer.
- Développer les capacités argumentatives de l'élève.
- Travailler l'écoute, le respect de l'autre, la prise en compte de l'autre pendant le travail en groupe et pendant le débat

# Problèmes pour chercher

## ***Problèmes dont la réalisation peut être faite par essais et ajustements***

### Exemples :

- Quatre amis se rencontrent et se serrent une main.  
Combien de poignées de mains se donnent-ils ?
- J'ouvre mon livre. En ajoutant les numéros des deux pages que je vois, je trouve 17.  
Quels sont les deux numéros que je vois ?

# Problèmes pour chercher

***Problème dont la résolution nécessite une organisation pour obtenir toutes les possibilités***

Exemple :

- En utilisant les mots "cent," "vingt", "quatre" et "deux", écrivez en toutes lettres tous les nombres différents possibles (pour chaque nombre, on doit utiliser les quatre mots et on ne peut pas répéter le même mot).

# Problèmes pour chercher

## **Problèmes dont la résolution privilégie le recours à la déduction**

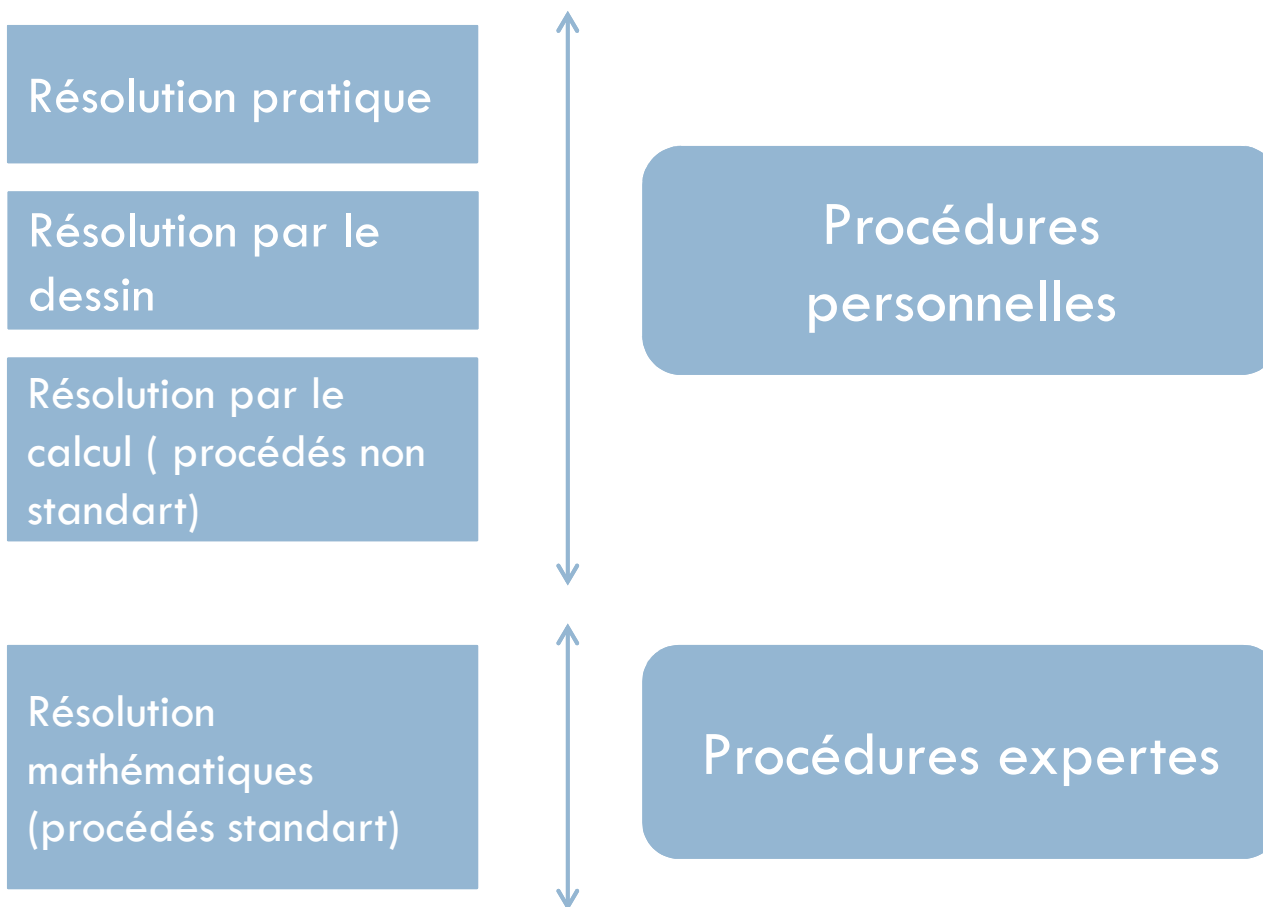
### Exemple:

Bernard, Gaëlle, Jeanne et Adrien se rendent au marché pour acheter leurs fruits préférés : banane, fraise, raisin, poire.

- Gaëlle a acheté, pour sa tarte, des poires bien mûres
- Adrien n'aime ni les bananes, ni le raisin
- Un des fruits a la même initiale que celui qui l'a acheté.

Quel fruit chacun a-t-il acheté ?

# Différents niveaux de résolution



# Typologie des erreurs d'après J-P Astolfi



- **Les erreurs témoignant des conceptions alternatives**  
Les élèves n'attendent pas une leçon pour se donner des explications par rapport à un problème donné. Ils utilisent leurs représentations notionnelles qui parfois sont incorrectes ou inappropriées.
  
- **Les erreurs liées aux opérations intellectuelles**  
L'enfant ne dispose pas encore des compétences nécessaires pour répondre aux demandes de l'enseignant. (ex : capacité d'abstraction pour s'affranchir de la manipulation lors de l'apprentissage de l'addition ou la soustraction)



# Typologie des erreurs d'après J-P Astolfi

## □ ***La compréhension des consignes***

L'enfant ne comprend pas la consigne et ne peut remplir le contrat didactique. Le problème peut venir des termes employés, de la familiarité du vocabulaire...

## □ ***Habitudes scolaires et mauvais décodages***

L'élève fonctionne sur un principe de mécanique (didactique coutumière) et il est alors difficile pour lui de répondre à une consigne qui sort de ses habitudes.

# Typologie des erreurs d'après J-P Astolfi

- ***Les erreurs portant sur les démarches***

L'élève utilise des démarches parfois très éloignées de la procédure experte. La lourdeur de ces démarches multiplie les occasions d'erreurs.

Ex : problème de division résolu par des soustractions successives.

- ***Surcharge cognitive***

C'est un problème de mémoire qui survient le plus souvent quand l'enfant doit traiter plusieurs informations en même temps. La centration se fait uniquement sur un des aspects. (surcharge de la mémoire de travail, limitée dans le temps, différente de la mémoire à long terme, dotée d'une grande capacité)

# Typologie des erreurs d'après J-P Astolfi

- ***D'une discipline à l'autre***

L'élève a du mal à voir le rapprochement entre deux outils communs vus dans deux disciplines différentes. Il s'attache plus aux similitudes dans « l'habillage » du problème qu'à celles dans les opérations logiques requises pour la résolution

- ***Les erreurs causées par la complexité du contenu.***

L'erreur est due à la complexité interne qui a des répercussions sur l'apprenant (charge mentale, nature des opérations intellectuelles...).

# Des activités d'aide à la résolution de problèmes



- **Doter les élèves de références de raisonnement :**  
Référer le problème à une classe de problèmes connus (problèmes additifs et soustractifs, multiplicatifs et de divisions) : **typologie** des problèmes
- **Recentrer la question**
- Disposer de **connaissances, techniques , automatismes et outils suffisants** pour traiter les données.

# Varier les types de problèmes



## TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS D'APRES G. VERGNAUD

- Se donner des références de raisonnement... vers une typologie des problèmes additifs et soustractifs.

# TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS D'APRES G. VERGNAUD

## ***1 ère catégorie : COMPOSITION DE 2 ETATS***

On recherche, soit **le composé (résultat)**, soit **un élément de la composition: nombre d'objets, mesure...**

- *Ex: Dans une classe il y a 13 filles et 12 garçons. Total ?*
- *Ex: Dans une classe de 25 élèves, il y a 13 filles. Combien de garçons ?*

# TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS ET SOUSTRUCTIFS D'APRES G. VERGNAUD

## 2ème catégorie : **TRANSFORMATION D'ETAT**

On part d'un état initial pour arriver à un état final. On recherche donc, soit **l'état final**, soit **l'état initial**, soit **la transformation subie** ; cette transformation peut être **positive ou négative**.

- *Ex: Philippe avait 350 euros. Il a reçu 61 euros pour son anniversaire. Combien a-t-il d'argent maintenant ?*
- *Ex: Philippe a reçu 38 euros. Il possède maintenant 219 euros. Combien d'argent avait-il auparavant?*
- *Ex: Philippe possède aujourd'hui 425 euros. Il n'avait que 299 euros hier. Combien lui a-t-on donné?*

# TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS ET SOUSTRACTIFS D'APRES G. VERGNAUD

## **3ème catégorie : COMPARAISON D'ETATS**

Il n'y a pas de transformation; il s'agit de retrouver, **soit l'un des états de la comparaison (plus ou moins), soit la comparaison elle-même (la différence).**

- *Ex: Cathy a 15 ans de moins que son frère. Elle fête ses 34 ans cette année. Quel âge a son frère?*
- *Ex : Cathy a 34 ans cette année, son frère en a 49. Quelle est la différence d'âge entre Cathy et son frère?*



# TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS ET SOUSTRUCTIFS D'APRES G. VERGNAUD

## 4ème catégorie : **COMPOSITION DE TRANSFORMATIONS**

- C'est la gamme de problèmes qui comporte le plus de combinaisons possibles car plusieurs transformations se succèdent.
- On recherche, **soit le résultat des transformations successives, soit l'une des composantes. On ne connaît ni l'état initial, ni l'état final ou intermédiaire.**
- Ex : A la récréation, j'ai d'abord gagné 13 billes, puis 7. Combien en ai-je maintenant ?
- Ex : A la récréation du matin, j'ai gagné 13 billes. Après la deuxième récréation, j'avais gagné 9 billes au total sur la journée. Que s'est-il passé durant la deuxième récréation ?

1. Lundi dernier, j'ai perdu 32 euros. Aujourd'hui, j'ai gagné 842 euros. Quel est mon bilan de la semaine?
2. Dans le potager de grand-père poussent 8 rangées de 16 poireaux. Il arrache 3 rangs pour les vendre au marché. Combien de poireaux reste-t-il au jardin?
3. Au jeu de l'oie, Alice doit reculer de 7 cases. Elle tombe alors sur la case 16. Sur quelle case se trouvait-elle auparavant?
4. Au jeu des sept familles, Noémie a gagné 25 cartes; Philippe en a 9 de moins qu'elle. Combien en a-t-il?
5. Dans sa tirelire, Sophie possède 226 euros ; Hervé, lui, n'en a que 173. Combien d'argent Sophie a-t-elle de plus que lui?
6. Hier, Carole avait 1009 timbres. Sa grand-mère lui en apporte une pleine enveloppe. Maintenant, Carole a 1142 timbres. Combien y avait-il de timbres dans l'enveloppe?
7. Frédéric doit courir 2000 mètres; Il lui en reste 549 à parcourir. Combien de mètres a-t-il déjà parcourus?
8. A la récréation du matin, Alain a perdu 21 billes. L'après-midi, il a rejoué. Le soir, au total, il avait gagné 9 billes. Que s'est-il passé durant la récréation de l'après-midi?
9. Dans les aquariums de l'animalerie vivent 1908 poissons différents. On leur en livre 514 nouveaux. Combien y a-t-il de poissons maintenant?
10. Dans un pré se trouvent 54 vaches; 23 sont noires, et les autres sont blanches. Combien de vaches sont blanches?

# FACTEURS DE DIFFICULTÉ D'UN PROBLÈME ADDITIF OU SOUSTRACTIF

## **Problèmes plus faciles**

- a) Problèmes de composition de 2 états où on cherche le tout
- b) Problèmes de transformation d'états où on cherche l'état final

## **Problèmes "plus difficiles**

- a) Problèmes de composition de 2 états où on cherche une des parties
- b) Problèmes de transformation d'états où on cherche la transformation
- c) Problèmes de transformation d'états où on cherche l'état initial
- d) Problèmes de comparaison d'états

## FACTEURS DE DIFFICULTÉ D'UN PROBLÈME ADDITIF OU SOUSTRACTIF : LES VARIABLES DIDACTIQUES

**Variable cognitive** : suivant la « valeur » qu'elle prend, la connaissance nécessaire pour produire la solution change.

- Nature des opérations arithmétiques à effectuer (addition, multiplication...)
- Taille des nombres

**Variable ergonomique** change la quantité de travail à effectuer.

- Nombre de niveaux de traitement à prévoir et à ordonner ; la complexité de l'organisation des calculs à effectuer.
- Nombre d'opérations de même nature à répéter

**Variables informationnelles**

- Informations parasites (nombre, forme)
- Complexité de l'énoncé, ordre des informations, lisibilité des phrases,
- vocabulaire utilisé...

# Des activités d'aide à la résolution de problèmes

## **Conduire l'élève à se recentrer sur la question**

En résolution de problèmes, un certain nombre d'enfants anticipent la question et y répondent sans vérifier si c'est bien celle-là qui a été posée.

### Activités possibles :

- Proposer des problèmes sans questions
- Commencer par la question
- Faire émerger des questions par toute la classe et comparer (en moyenne on obtient 5 à 6 questions différentes par problème)

# Des activités d'aide à la résolution de problèmes

## Proposer des versions différentes d'un même problème

On propose le même problème mais « déguisé » différemment.

Les élèves sont libres de choisir l'énoncé qui leur convient le mieux.

A contrario, ils doivent résoudre les problèmes dans l'ordre indiqué et dire celui qu'ils ont trouvé le plus facile.

# Des activités d'aide à la résolution de problèmes

## **Demander des tâches surajoutées (pour une aide méthodologique)**

- surligner, souligner les informations utiles,
- lire à haute voix,
- dessiner, faire un croquis,
- reconstituer un puzzle d'énoncé,
- trier ce que l'on sait et ce que l'on cherche,
- ...

# Des activités d'aide à la résolution de problèmes

## Reconstituer un énoncé

### Activités possibles :

- Rédiger des énoncés à partir de squelettes de problèmes, d'une question finale imposée
- Retrouver la question ou les questions intermédiaires
- Retrouver un énoncé d'après la résolution du problème



# Des activités d'aide à la résolution de problèmes



## **Poser des problèmes absurdes ou impossibles**

A présenter non sous forme de « piège » mais au contraire comme une aide à la compréhension de situations : l'élève est informé de l'activité.

Comprendre le pourquoi de l'absurdité.

# Des activités d'aide à la résolution de problèmes

## Travailler un problème sans nombre puis avec nombre

Les élèves sont habitués à être centrés sur les nombres à la recherche d'une opération immédiate pour arriver à la solution.

Cette habitude est d'autant plus ancrée chez l'élève en difficulté (elle traduit chez lui une grande insécurité et un désir de conformité)

Activité : première lecture lente de la situation sans les nombres (évocation mentale, croquis) puis deuxième lecture avec les nombres en faisant des arrêts.

# Des activités d'aide à la résolution de problèmes



## **Utiliser les mêmes nombres mais avec des relations différentes**

Comparaison d'énoncés dans des situations où les relations entre les nombres ne sont pas traduites de la même manière (mêmes nombres mais problèmes différents)

# Des activités d'aide à la résolution de problèmes

## LA MANIPULATION

- La manipulation n'est pas une option au cycle 2.
- « Elle doit faire partie intégrante de la progression surtout au CP et ne doit pas avoir uniquement le statut d'outil de remédiation. Elle se doit d'être « intelligente », c'est à dire avoir une utilité didactique pour l'apprenant.
- La manipulation n'aura d'intérêt que si elle est associée à de l'anticipation (elle apparaît par étapes progressives : elle est un outil donné à l'élève pour sa recherche, elle permet de valider un résultat obtenu par anticipation, et enfin elle ne sert qu'à valider un résultat)

*Groupe académique évaluation – outils pour la classe*